

ABSTRAK

Model *SIR* adalah salah satu model matematika yang menggambarkan sifat penyebaran penyakit menular dalam bentuk persamaan diferensial dengan membagi populasi manusia menjadi tiga kelompok individu, yaitu kelompok individu rentan (*susceptible*), kelompok individu terinfeksi (*infective*), dan kelompok individu sembuh (*recovery*). Model ini dipengaruhi oleh vaksinasi, karantina, dan faktor imigrasi. Pemberian vaksin dan karantina harus diberikan sesuai kebutuhan, sehingga perlu dilakukan kontrol untuk meminimalisir penularan penyakit dan jumlah individu terinfeksi dengan biaya minimum. Prinsip maksimum Pontryagin merupakan suatu prinsip yang digunakan untuk menyelesaikan kontrol optimal pada model *SIR* dengan pemberian kontrol semaksimal/seminimal mungkin sesuai dengan fungsi tujuan. Dalam penelitian ini, dibahas kontrol optimal model *SIR* dengan pengaruh vaksinasi, karantina, dan faktor imigrasi menggunakan prinsip maksimum Pontryagin serta disimulasikan secara numerik dengan metode Runge-Kutta. Hasil simulasi numerik menunjukkan bahwa adanya kontrol optimal pengobatan, kontrol optimal vaksinasi untuk warga negara, kontrol optimal vaksinasi untuk imigran, dan kontrol optimal karantina dapat mempercepat penurunan proporsi individu terinfeksi dengan biaya yang lebih minimum dibandingkan dengan kontrol optimal pada model *SIR* tanpa faktor karantina.

Kata kunci: Karantina, kontrol optimal, model *SIR*, prinsip maksimum Pontryagin, vaksinasi.

ABSTRACT

The SIR model is one of the mathematical model that describes the characteristic of the spread of infectious disease in differential equation form by dividing the human populations into three groups, there are individual susceptible group, individual infective group, and individual recovered group. This model is influenced by vaccination, quarantine, and immigration factors. Provision of vaccines and quarantine must be in accordance with needs, so a control is required to minimize infection of disease and the number of individual infective with a minimum costs. Pontryagin maximum principle is a principle that can be used to solve optimal control of SIR model by giving maximum or minimum control according with the performance index. In this research, optimal control of SIR model with vaccination, quarantine, and immigration factor by using Pontryagin maximum principle and numerically simulated by using Runge-Kutta method. Numerical simulation results show treatment optimal control, citizen of vaccination optimal control, immigrant of vaccination optimal control, and quarantine optimal control will accelerate the decline in the proportion of infected individual with the minimum cost compared with the optimal control of SIR model without quarantine factor.

Keywords: Quarantine, optimal control, SIR model, Pontryagin maximum principle, vaccination.

