BAB 5
KESIMPULAN DAN SARAN

5.1 Kesimpulan

Persamaan Stokes untuk aliran fluida tak termampatkan (*incompressible*) di $\mathbb{R}^n$, $(n \geq 2)$ memiliki bentuk

$$\begin{cases} \lambda \mathbf{u} - \mathrm{Div}\,\mathbf{T}(\mathbf{u}, p) = \mathbf{f}, & \text{di } \mathbb{R}^n_+ \\ \mathrm{div}\,\mathbf{u} = 0, & \text{di } \mathbb{R}^n_+ \end{cases}$$

dengan syarat batas Robin

$$\begin{cases} \boldsymbol{\nu} \cdot \mathbf{u} = 0, & \text{pada } \mathbb{R}^n_0 \\ B_{\alpha,\beta}(\mathbf{u}) = \mathbf{h}, & \text{pada } \mathbb{R}^n_0 \end{cases}$$

dengan $\mathbf{u} = (u_1, \cdots, u_n)$, $\mathbf{f} = (f_1, \cdots, f_n)$, $\boldsymbol{\nu} = (0, \cdots, -1)$, $\mathbf{h} = (h_1, \cdots, h_n)$, $B_{\alpha,\beta}(\mathbf{u}) = \alpha \mathbf{u} + \beta(\mathbf{D}(\mathbf{u})\boldsymbol{\nu} - \langle \mathbf{D}(\mathbf{u})\boldsymbol{\nu}, \boldsymbol{\nu}\rangle \boldsymbol{\nu})$, $\mathbb{R}^n_+ = \{(x_1, \cdots, x_{n-1}, x_n) \in \mathbb{R}^n | x_n > 0\}$, dan $\mathbb{R}^n_0 = \{(x_1, \cdots, x_{n-1}, x_n) \in \mathbb{R}^n | x_n = 0\}$. Kemudian, $\mathbf{T}(\mathbf{u}, p)$ merupakan *stress tensor* yang didefinisikan dengan $\mathbf{T}(\mathbf{u}, p) = \mathbf{D}(\mathbf{u}) - p\mathbf{I}$, $\mathbf{D}(\mathbf{u})$ yang disebut sebagai *deformation tensor* dan **I** adalah matriks identitas $n \times n$. Persamaan $\mathbf{D}(\mathbf{u})$ didefinisikan sebagai

$$\mathrm{D}(\mathbf{u})_{jk} = \frac{\partial u_j}{\partial x_k} + \frac{\partial u_k}{\partial x_j}.$$

Persamaan Stokes tersebut dapat diselesaikan dengan metode transformasi Fourier parsial. Solusi dari persamaan Stokes tersebut adalah

$$\begin{aligned} u_j(\mathbf{x}) &= \mathcal{P}^{-1}_{\boldsymbol{\xi}'}\left[\frac{\hat{h}_j(\boldsymbol{\xi}', 0)e^{-Ax_n}}{\alpha + \beta A}\right](\mathbf{x}') \\ &\quad - \mathcal{P}^{-1}_{\boldsymbol{\xi}'}\left[\frac{\alpha + \beta B}{\alpha + \beta A}\frac{\xi_j e^{-Ax_n}}{B(A-B)\big(\alpha + \beta(A+B)\big)}\sum_{k=1}^{n-1}\xi_k h_k(\boldsymbol{\xi}', 0)\right](\mathbf{x}') \\ &\quad + \mathcal{P}^{-1}_{\boldsymbol{\xi}'}\left[\frac{\xi_j e^{-Bx_n}}{B(A-B)\big(\alpha + \beta(A+B)\big)}\sum_{k=1}^{n-1}\xi_k h_k(\boldsymbol{\xi}', 0)\right](\mathbf{x}' \quad j = 1, \cdots, n-1, \\ u_n(\mathbf{x}) &= \mathcal{P}^{-1}_{\boldsymbol{\xi}'}\left[\frac{e^{-Ax_n} - e^{-Bx_n}}{(A-B)\big(\alpha + \beta(A+B)\big)}\sum_{k=1}^{n-1} i\xi_k h_k(\boldsymbol{\xi}', 0)\right](\mathbf{x}'), \\ p(\mathbf{x}) &= \mathcal{P}^{-1}_{\boldsymbol{\xi}'}\left[-\frac{(A+B)e^{-Bx_n}}{B\big(\alpha + \beta(A+B)\big)}\sum_{k=1}^{n-1} i\xi_k h_k(\boldsymbol{\xi}', 0)\right](\mathbf{x}'), \end{aligned}$$

dengan $\mathbf{x}' = (x_1, x_2, \cdots, x_{n-1})$, $\boldsymbol{\xi}' = (\xi_1, \xi_2, \cdots, \xi_{n-1})$, $A = \sqrt{\lambda + |\xi'|^2}$, $B = |\xi'|$.

5.2 Saran

Pada penelitian ini, penulis hanya membahas solusi dari persamaan Stokes dengan syarat Robin pada aliran fluida tak termampatkan di *half-space* secara analitik dengan metode transformasi Fourier parsial. Pada penelitian selanjutnya, penulis memberikan saran, yaitu

1. menentukan solusi dari persamaan Stokes dengan syarat batas Dirichlet pada aliran fluida tak termampatkan di *half-space*;
2. melakukan simulasi dengan mengambil besaran-besaran tertentu atau studi kasus.