

BAB 5

KESIMPULAN DAN SARAN

5.1 Kesimpulan

Berdasarkan hasil dan pembahasan, diperoleh kesimpulan sebagai berikut:

1. Diberikan persamaan osilator Van der Pol tanpa gaya luar

$$\ddot{x} + \varepsilon(x^2 - 1)\dot{x} + x = 0$$

dan persamaan osilator Van der Pol dengan gaya luar

$$\ddot{x} + \varepsilon(x^2 - 1)\dot{x} + x = \varepsilon F \cos \omega t.$$

Solusi dari kedua persamaan tersebut dengan menggunakan metode Lindstedt-Poincare sampai orde kedua adalah

$$x = A \cos \tau + \varepsilon \left(\frac{3}{4} \sin \tau - \frac{1}{4} \sin 3\tau \right) + \varepsilon^2 \left(-\frac{13}{96} \cos \tau + \frac{3}{16} \cos 3\tau - \frac{5}{96} \cos 5\tau \right)$$

dengan frekuensi sudut

$$\omega = 1 - \varepsilon^2 \left(\frac{1}{16} \right)$$

dan

$$x(\tau) = A \cos \tau + \varepsilon \left(\frac{3}{4} \sin \tau - \frac{1}{4} \sin 3\tau \right) + \varepsilon^2 \left(-\frac{13}{96} \cos \tau - \frac{3}{64} \sin \tau - \frac{3}{16} \tau \cos \tau + \frac{3}{16} \cos 3\tau + \frac{5}{64} \sin 3\tau - \frac{5}{96} \cos 5\tau \right)$$

dengan frekuensi sudut

$$\omega = 1 + \varepsilon \left(\frac{1}{4} \right) - \varepsilon^2 \left(\frac{3}{32} \right)$$

dimana $\tau = \omega t$, dan $A = 2$.

2. Berdasarkan hasil simulasi, diperoleh kesimpulan bahwa pada orde 0 dan orde 1 solusi persamaan osilator Van der Pol tanpa gaya luar dan dengan gaya luar memiliki bentuk gelombang yang sama, namun menghasilkan jumlah gelombang yang berbeda. Hal ini disebabkan oleh perbedaan frekuensi sudut ω . Semakin besar ω , maka gelombang yang terbentuk akan semakin banyak. Pada solusi orde 2, gelombang pada persamaan osilator Van der Pol tanpa gaya luar dan dengan gaya luar memiliki bentuk yang berbeda. Pada persamaan osilator Van der Pol tanpa gaya luar, gelombang yang dihasilkan

bersifat periodik sedangkan pada persamaan osilator Van der Pol dengan gaya luar tidak periodik meskipun berosilasi. Hal ini disebabkan oleh *secular term* yang muncul pada solusinya, sehingga gelombang akan menuju tak terhingga seiring berjalannya waktu. Meskipun demikian, solusi total yang diperoleh pada kedua persamaan menghasilkan gelombang yang menyerupai solusi orde 0, yaitu bersifat periodik dengan jumlah gelombang yang berbeda pada masing-masing persamaan.

5.2 Saran

Untuk penelitian selanjutnya, penulis menyarankan untuk menyelesaikan persamaan osilator Van der Pol dengan gaya luar menggunakan metode *Multiple-Scales Lindstedt-Poincare*.

